

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ГОРОДА СЕВАСТОПОЛЯ «СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ОТКРЫТОГО ЗАНЯТИЯ № 6

Учебная дисциплина (МДК, УП, ПП): Элементы высшей математики

Группа: ИС9-3

Дата: 12.11.2018

Тема занятия: Нахождение обратных матриц.

Вид занятия: практическое занятие

Цели занятия	Учебная – систематизировать знания по темам «Матрицы», «Определители квадратных матриц», «Обратная матрица», выработать умения и навыки нахождения обратной матрицы
	Развивающая – развивать умения анализировать, рационально организовывать свою работу
	Воспитательная – воспитывать самостоятельность, чувство ответственности, внимательность, исполнительскую дисциплину
	Методическая – эффективность использования информационно-коммуникационных технологий во время проведения практического занятия, эффективность использования приема «Я – преподаватель» студентами при выполнении шагов практического задания

Межпредметные связи: Информационные технологии в профессиональной деятельности, Основы проектирования баз данных. Информационные системы.

Обеспечение занятия:

Методическое: технологическая карта занятия, опросные листы для тестирования, бланки ответов

Техническое: мультимедийная система

Используемые педагогические технологии и методики: здоровьесберегающие, коммуникационные

Формируемые на занятии компетенции:

ОК 5.	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6.	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

Перечень учебной литературы:

Основная: Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П.

Григорьев, Ю.А. Дубинский. – М.: Издательский центр «Академия», 2014

В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для студ. учреждений СПО М.: Издат. центр «Академия», 2016.

Содержание занятия:

№ элемента	Элементы занятия, учебные вопросы	Формируемые компетенции	Время на выполнение элементов занятия	Деятельность преподавателя	Деятельность обучающихся
1	2	3	4	5	6
I	Организационный момент: - проверка готовности аудитории и группы к занятию (санитарное состояние аудитории; присутствие и внешний вид обучающихся)		2 мин.	Преподаватель делает отметки в журнале	Дежурный сообщает об отсутствующих на занятии
II	Подготовка обучающихся к усвоению нового материала:				
2.1.	Мотивация учебной деятельности обучающихся: Находимся в шаге от главной цели изучения большой темы «Элементы линейной алгебры» - научиться решать системы уравнений, содержащие более двух переменных и более двух уравнений. Для успешного усвоения новых методов решения таких систем мы познакомились с новым видом матрицы – обратной матрицей – но пока только с теоретическим материалом. Для нас же важно уметь находить такие матрицы, так как один из методов решения систем содержит в своей основе алгоритм нахождения элементов обратной матрицы.		3 мин.	Преподаватель рассказывает	Студенты слушают рассказ преподавателя
2.2.	Актуализация опорных знаний обучающихся: Начнем с повторения теоретического материала. <u>Тест-опрос по теории по темам:</u> «Матрицы. Определители квадратных матриц. Обратная матрица». 1. Укажите, чем матрица отличается от определителя: а) матрица – число, определитель – таблица чисел б) матрица и определитель не могут отличаться друг от друга в) матрица – таблица чисел, определитель – число г) матрица – таблица чисел, определитель – две таблицы чисел 2. Укажите формулу, связывающую минор и алгебраическое дополнение одного и того же элемента матрицы:	ОК.6	20 мин.	Преподаватель выдает бланки ответов и опросные листы для тестирования	Студенты работают в паре – отвечают на вопросы теста

а) $A^{ij} = M^{ij}$

б) $A^{ij} = (-1)^{i+j} M$

в) $A^{ij} = (-1)^{i+j} a^{ij}$

г) $A^{ij} = (-1)^{i-j} M^{i+j}$

3. Укажите, когда данная матрица A и транспонированная по отношению к ней матрица A' одинакового размера:

а) A – матрица-столбец

б) A – матрица-строка

в) A – квадратная матрица

г) A – матрица размера $m \times n$

4. Определитель 4-го порядка удобно вычислять, пользуясь:

а) теоремой Лапласа

б) теоремой Ферма

в) правилом Сарруса

г) теоремой Крамера

5. Укажите, в чем суть транспонирования матрицы:

а) перестановка строк;

б) замена строк столбцами;

в) перестановка столбцов

г) замена элементов побочной диагонали элементами главной диагонали

6. Укажите равенство, которое выражает определение обратной матрицы:

а) $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$

б) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21};$

в) $A^{ij} = (-1)^{i+j} M^{ij}$

г) $A \cdot X = B.$

7. Укажите вид матрицы, для которой можно вычислять

определитель:

- а) матрица-строка
- б) квадратная матрица
- в) матрица – столбец
- г) матрица размера $m \times n$

8. Матрица называется невырожденной, если ее определитель равен:

- а) 0
- б) ∞
- в) $1/\infty$
- г) 1

9. Элементы матрицы a_{ij} , у которых номер столбца равен номеру строки ($i=j$):

- а) образуют главную диагональ
- б) составляют столбец j
- в) составляют строку i
- г) образуют побочную диагональ

10. Матрицей размера $m \times n$ называется прямоугольная таблица чисел, содержащая:

- а) n строк и m столбцов
- б) m строк и n столбцов
- в) m строк и m столбцов
- г) n строк и n столбцов

11. Укажите формулу для вычисления обратной матрицы:

а) $A^{-1}_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

б)
$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot \tilde{A}$$

в) $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$

г) $A \cdot X = B$

12. Укажите вид матрицы, для которой возможно вычисление обратной матрицы:

- а) матрица-столбец
- б) матрица размера $m \times n$

- в) матрица-строка
- г) квадратная матрица

13. Матрица называется квадратной n-го порядка, если:

- а) все элементы главной диагонали возведены в квадрат
- б) число её строк равно числу столбцов и равно
- в) все её элементы возведены в квадрат
- г) все элементы побочной диагонали возведены в квадрат

14. Укажите, какие две матрицы можно сложить:

- а) любые
- б) одинакового размера
- в) равные
- г) согласованные

15. Укажите, чем диагональная матрица n-го порядка отличается от единичной того же порядка:

- а) элементами главной диагонали
- б) недиагональными элементами
- в) всеми элементами
- г) элементами побочной диагонали

16. Укажите формулу для вычисления определителя второго порядка:

а) $A^{ij} = (-1)^{i+j} M^{ij}$

б) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21};$

в) $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$

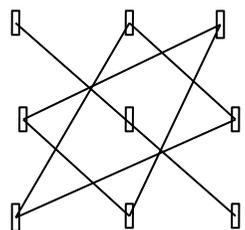
г) $A \cdot X = B$

17. Укажите название данной матрицы

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

	<p>а) диагональная б) квадратная в) нулевая г) единичная</p> <p>18. Матрица может иметь обратную матрицу, если она является: а) матрицей-столбцом б) невырожденной в) матрицей-строкой г) вырожденной</p> <p>19. Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны нулю, то матрица называется: а) нулевой б) недиагональной в) диагональной г) единичной</p> <p>20. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A, если при умножении матрицы A на матрицу A^{-1} как справа, так и слева, получается: а) нулевая матрица б) матрица-строка в) единичная матрица г) вырожденная матрица</p> <p><i>Разбор теста – критерии оценивания – ответы на вопросы.</i></p>	OK.5		Преподаватель на слайдах демонстрирует вопросы и варианты ответов	Студенты называют правильные ответы
2.3.	<p><i>Объявление темы, цели и учебных вопросов:</i> Тема: <u>Нахождение обратных матриц.</u> <i>Цель: с помощью алгоритма научиться находить элементы обратной матрицы для данной матрицы.</i> <i>Задание: Освоить алгоритм нахождения элементов обратной матрицы.</i></p>		3 мин.	Преподаватель сообщает тему, цель занятия и учебный вопрос	Студенты записывают тему занятия в конспект

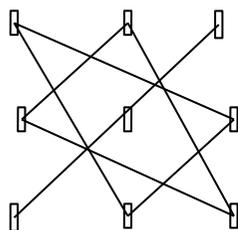
Ш	Основная часть				
	<p>Запись задания: Для данной матрицы найти обратную матрицу Создание матрицы для выполнения задания</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ <p>Повторяем теорему о существовании обратной матрицы и обсуждаем порядок действий. Теорема (необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы): Обратная матрица A^{-1} существует и единственна тогда и только тогда, когда матрица A невырожденная, т.е. $A \neq 0$. Ее элементы вычисляются по формуле:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot \tilde{A}$ </div>	<p>OK.5 OK.6</p>	<p>5 мин.</p>	<p>Преподаватель демонстрирует задание, объясняет, как составить матрицу</p> <p>Преподаватель воспроизводит теорему о существовании и предлагает студентам предложить порядок действий</p>	<p>Студенты записывают в конспект задание, составляют матрицу</p> <p>Студенты отвечают на вопросы преподавателя, предлагают порядок действий</p>
	<p><u>Запись шагов алгоритма и их реализация.</u></p> <p><u>Заголовок: Алгоритм нахождения элементов обратной матрицы</u></p> <p>Шаг 1. Найдем определитель данной матрицы, пользуясь правилом Сарруса</p>	<p>OK.5 OK.6</p>	<p>12 мин.</p>	<p>Преподаватель предлагает студентам записать заголовок.</p> <p>Преподаватель показывает студентам формулировку шага 1 алгоритма, напоминает суть правила Сарруса, показывает на примере своей матрицы процесс вычисления,</p>	<p>Студенты записывают заголовок</p> <p>Студенты записывают суть шага алгоритма, отвечают на вопросы преподавателя и вычисляют определители своих матриц.</p>



(+)

(главная диагональ)

a_{11} a_{12} a_{13}
 a_{21} a_{22} a_{23}
 a_{31} a_{32} a_{33}



(-)

(побочная диагональ)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \cdot 0 + 6 \cdot 9 \cdot 6 - 6 \cdot 1 \cdot 0 - 3 \cdot 9 \cdot 2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 12 + 486 - 54 - 144 = 498 - 198 = 300 \neq 0$$

данная матрица имеет обратную матрицу

Консультирование студентами, справившимися с вычислениями быстро, нуждающихся в помощи студентов.

предлагает студентам вычислить определители своих матриц..

Преподаватель напоминает студентам, что вычисление определителя согласно теоремы выполняется для проверки возможности нахождения элементов обратной матрицы, просит студентов сформулировать вывод.

Преподаватель предлагает студентами, справившимися с вычислениями

Студенты формулируют вывод и записывают его в конспект.

Студенты, справившиеся с вычислениями быстро, помогают нуждающимся в

				быстро, помочь нуждающимся в помощи студентам	помощи студентам.
<p>Шаг 2. Транспонируем матрицу:</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$ <p>Консультирование студентами, справившимися с вычислениями быстро, нуждающихся в помощи студентов.</p>	<p>OK.5</p> <p>OK.6</p>	<p>3 мин.</p>	<p>Преподаватель показывает студентам формулировку шага 2 алгоритма, спрашивает студентов о сути операции транспонирования и предлагает студентам транспонировать свои матрицы.</p> <p>Преподаватель предлагает студентами, справившимися с вычислениями быстро, помочь нуждающимся в помощи студентам</p>	<p>Студенты записывают суть шага алгоритма, рассказывают суть операции транспонирования и транспонируют свои матрицы.</p> <p>Студенты, справившиеся с вычислениями быстро, помогают нуждающимся в помощи студентам.</p>	
<p>Шаг 3. Ищем элементы присоединенной матрицы \tilde{A} – для этого элементы транспонированной матрицы A' заменяем их алгебраическими дополнениями: $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$</p> <p>Обсуждение формулы:</p> <p>--- Минор – определитель – вычеркивание строки и столбца</p> $A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 6 \end{pmatrix}$ $M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 3 \cdot 9 = 6 - 27 = -21$	<p>OK.5</p> <p>OK.6</p>	<p>20 мин.</p>	<p>Преподаватель показывает студентам формулировку шага 3 алгоритма, обсуждает со студентами формулу для вычисления элементов присоединенной матрицы</p>	<p>Студенты записывают суть шага алгоритма,, отвечают на вопросы преподавателя и вычисляют элементы присоединенной матрицы.</p>	

--- Знак $(-1)^{i+j}$ - зависимость от суммы индексов элемента –

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot M_{21} = -M_{21}$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot M_{33} = M_{33}.$$

Образцы записи нахождения алгебраических дополнений

$$A_{21} = (-1)_{-}^{2+1} \cdot M_{21} = -(\dots) = \dots$$

$$A_{33} = (-1)_{+}^{3+3} \cdot M_{33} = \dots$$

Нахождение алгебраических дополнений всех элементов присоединенной матрицы.

Заканчиваем шаг 3: Из найденных алгебраических дополнений составляем присоединенную матрицу

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix}$$

Консультирование студентами, справившимися с вычислениями быстро, нуждающихся в помощи студентов.

Преподаватель оказывает консультативную помощь студентам.

Преподаватель объясняет, каким образом должна быть записана присоединенная матрица.

Преподаватель предлагает студентами, справившимися с вычислениями быстро, помочь нуждающимся в помощи студентам

Студенты записывают присоединенную матрицу.

Студенты, справившиеся с вычислениями быстро, помогают нуждающимся в помощи студентам.

<p>Шаг 4. Находим обратную матрицу, используя формулу</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot \tilde{A}.$ $A^{-1} = \frac{1}{300} \begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-21}{300} & \frac{-36}{300} & \frac{54}{300} \\ \frac{30}{300} & \frac{12}{300} & \frac{-18}{300} \\ \frac{6}{300} & \frac{30}{300} & \frac{-22}{300} \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -\frac{7}{100} & -\frac{3}{25} & \frac{9}{50} \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{25} & -\frac{3}{50} \\ \frac{1}{50} & \frac{1}{10} & -\frac{11}{150} \end{pmatrix}$ <p>Консультирование студентами, справившимися с вычислениями быстро, нуждающихся в помощи студентов.</p>	<p>ОК.5</p> <p>ОК.6</p>	<p>4 мин.</p>	<p>Преподаватель показывает студентам формулировку шага 4 алгоритма, обсуждает со студентами, с какими объектами работают они при применении формулы, предлагает записать свою матрицу, далее обсуждает, какие действия теперь необходимо выполнить, и предлагает студентам получить окончательный вид обратной матрицы.</p> <p>Преподаватель предлагает студентами, справившимися с вычислениями быстро, помочь нуждающимся в помощи студентам</p>	<p>Студенты записывают суть шага алгоритма, отвечают на вопросы преподавателя, находят обратную матрицу.</p> <p>Студенты, справившиеся с вычислениями быстро, помогают нуждающимся в помощи студентам.</p>
<p>Шаг 5. Проверка найденной обратной матрицы с помощью равенства, выражающего определение обратной матрицы:</p> $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$	<p>ОК.5</p> <p>ОК.6</p>	<p>3 мин.</p>	<p>Преподаватель показывает студентам формулировку шага 5 алгоритма,</p>	<p>Студенты записывают суть шага алгоритма, отвечают на вопросы</p>

	$A^{-1} \cdot A = \frac{1}{300} \cdot \left[\begin{pmatrix} -21 & -36 & 54 \\ 30 & 12 & -18 \\ 6 & 30 & -22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix} \right] =$			<p>объясняет рациональный подход к проведению проверки, спрашивает о порядке действий при выполнении проверки</p>	<p>преподавателя и записывают начальный ход проверки</p>
	<p>Домашнее задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Конспект – темы «Матрицы», «Определители квадратных матриц», «Обратная матрица». 2. Сделать проверку найденной обратной матрицы. 	<p>OK.5</p>	<p>2 мин.</p>	<p>Преподаватель показывает домашнее задание и комментирует его</p>	<p>Студенты записывают домашнее задание в конспект</p>

IV	Обобщение и систематизация полученных знаний																
4.1.	<p>Подведение итогов занятия – беседа со студентами по шагам алгоритма:</p> <p>1. В каком шаге и для чего применялась формула</p> $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E;$ $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$ $\Delta = A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ $A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot \tilde{A}$ <p>2. Какие виды матриц использовались на указанных этапах нахождения элементов обратной матрицы</p> <table border="1" data-bbox="244 871 1128 1131"> <tr> <td>Шаг 1</td> <td>Невырожденная</td> <td>Вырожденная</td> </tr> <tr> <td>Шаг 2</td> <td>Согласованная</td> <td>Транспонированная</td> </tr> <tr> <td>Шаг 3</td> <td>Присоединенная</td> <td>Диагональная</td> </tr> <tr> <td>Шаг 4</td> <td>Единичная</td> <td>Обратная</td> </tr> </table> <p>3. Преподаватель подводит итоги занятия – отмечает наиболее активных студентов.</p>	Шаг 1	Невырожденная	Вырожденная	Шаг 2	Согласованная	Транспонированная	Шаг 3	Присоединенная	Диагональная	Шаг 4	Единичная	Обратная	<p>ОК.5</p> <p>ОК.6</p>	8 мин.	<p>Преподаватель показывает вопрос и по порядку показывает формулы</p> <p>Преподаватель показывает вопрос И по порядку показывает шаги и варианты видов матриц</p>	<p>Студенты отвечают на вопрос по каждой формуле</p> <p>Студенты отвечают на вопрос по каждому шагу алгоритма</p>
Шаг 1	Невырожденная	Вырожденная															
Шаг 2	Согласованная	Транспонированная															
Шаг 3	Присоединенная	Диагональная															
Шаг 4	Единичная	Обратная															
4.2.	<p>Рефлексия – закончите фразу:</p> <p>На занятии я узнал...</p> <p>На занятии я успешно справился с...</p> <p>На занятии мне было сложно выполнять...</p> <p>На занятии мне понравилось...</p> <p>На занятии мне не понравилось...</p>	ОК.6	5 мин.	Преподаватель предлагает студентами закончить фразы.	Студенты делятся своими впечатлениями о занятии.												

Преподаватель: Кононова Марина Петровна